

1 動的システムとそのモデル

1.1 本講義で対象とするシステム

システムという単語の由来は、ギリシャ語の *σύστημα* (sustema: 結合する) にあるとされている。各分野において意味が異なって用いられる単語の一つではあるが、一般的には、相互に影響を及ぼしあう複数の要素から構成されたもの、ある目的のために複数の機能をもつ部分から統合的に構成されたものといった意味で用いられている。

たとえば、エコシステム（生態系）は前者の例である。環境の中で、動物、植物、菌類は、捕食被食、競争、共生などの関係で互いに影響を及ぼしあって生存している。一方、防災システムは後者の例である。災害による被害を防ぐ目的のために災害の発生を予知検知、被害状況の把握、情報の伝達、災害の拡大防止、避難や復旧といった機能をもたせた部分を統合して構成されている。

本講義では、一般的な意味でのシステムよりも限定した意味でシステムという単語を用いている。つまり数理的に記述されるシステムを考え、その中でも特にダイナミクス（動的な振る舞い）をもつシステムに限定して考えている。動的というのは、時間的な発展のあるという意味であり、制御システムの多くは、そのような特徴をもっている。ダイナミクスを持たないシステムを静的なシステム、もつシステムをダイナミカルシステム（動的なシステム）という。

1 節では、まず以下の点を説明していく。

- 静的なシステムと異なり、状態の時間発展を考える必要がある。
- 目的に合わせてモデルを作成する必要がある。
- 工学以外の分野にも動的システムの考え方は有用である。

1.2 静的なシステムと動的なシステム

1.2 節では、数理的に記述されるシステムのうち、静的なシステムと動的なシステムの違いについて質点ばね系の例を通して考えてみる。

表 1.1：質点ばね系の記号

M	質点の質量
k	ばね定数
x	質点の位置
g	重力加速度

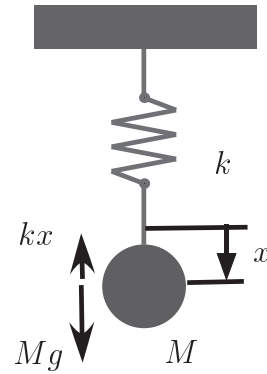


図 1.1：質点ばね系

質点を静かにばねに取り付けるとき、ばねの長さはつりあいの条件

$$0 = Mg - kx \quad (1.1)$$

から

$$x = \frac{Mg}{k}$$

で与えられる。

質点をばねに取り付けて（必ずしも静かにではなく）手放すときには、質点に加わる力が質量と加速度の積に等しいとして運動方程式

$$M \frac{d^2}{dt^2} x = Mg - kx \quad (1.2)$$

をもちいて記述される。ただし質点の位置の基準点は伸びていないときのばねの先端とする。式 (1.2) は質点ばね系の動的なモデルになっている。

三つの初期条件を用いてダイナミクスをもつシステムのシミュレーションを行う。

表 1.2：シミュレーション初期値

場合	初期位置 (m)	初期速度 (m/s)
(i)	0	0
(ii)	0	3
(iii)	0	-3

質点の位置をシミュレーションした結果に関して、場合 (i) を実線、場合 (ii) を点線、場合 (iii) を鎖線で表す。式 (1.1) の静的なシステムと式 (1.2) のダイナミクスをもったシステムとを比較すると、ダイナミクスをもったシステムは

- 同一位置からはじまっても初期値（この場合は初期速度）の差で異なる位置にいる。
- 位置と速度の時間的な経緯がそれらのその後の変化を決めている。

という特徴をもっていることがわかる。

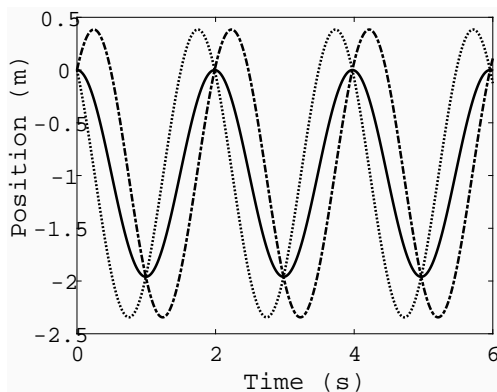


図 1.2 : シミュレーション結果

1.3 モデルの役割

動的特性をもつ対象に対して、工学的な問題（たとえば制御問題）を考えると、工学者は動的なシステムモデルを構築して問題解決にあたるというアプローチをとることが多い。モデルは、対象の動的な振る舞いを完全に記述しているわけではないが、対象の振る舞いの本質的な部分を記述できる能力があることが求められる。ただし本質的という意味は、どのような問題を解決したいかの目的に応じることになる。

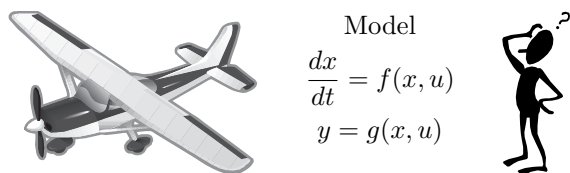


図 1.3 : モデルの役割

図 1.3 は、モデルの役割を示したものである。対象となるシステムと設計者である工学者をつなぐものがモデルである。モデルの役割は次の点にある。

- 制御対象は、複雑な挙動をするが、そのダイナミクスの本質的な部分を数理モデルで表す。
- 設計者は、数理モデルをもとに制御方策を与える。

たとえば、飛行機の挙動を完全に記述するための運動方程式は、きわめて複雑なものになるであろう。しかし飛行機の上下方向の運動のみを制御目的とするならば、それに応じたモデルを作成することで十分であるかもしれない。

一般にシステムのモデルは、その複雑さについて

- 制御対象の特性、制御仕様を正確に表そうとすればモデルは複雑になる。
- 設計や解析能力を向上させるには、簡単なモデルが都合がよい。

という性質があるので、どのモデルを用いるべきかは、対象や問題の仕様に依存することになる。

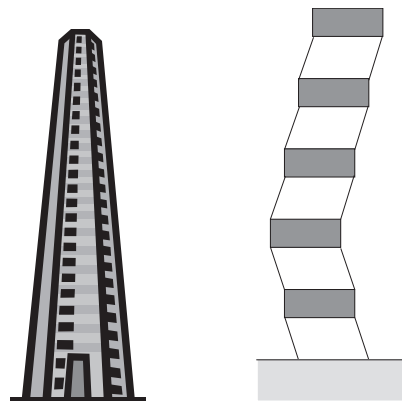


図 1.4 : 建築物のせん断型モデル

たとえば建築物などの振動を解析、制御するためのせん断型モデルがある。高さのある建物がせん断変形するとして建物の変形をモデル化する（図 1.4 参照）。各階ごと（あるいは複数階をひとまとめにして）一つの集中的な質量とみなし、それが横方向に変形すると仮定する。変形に比例した復元力があるとし、さらに変形の変化率に比例したダンピング項があると仮定すると、建築物の振動モデルを質量バネダンパーが結合したモデル（図 1.5 参照）と考えることができる。この質量バネダンパーが結合したシステムの解析については、後日述べることにする。

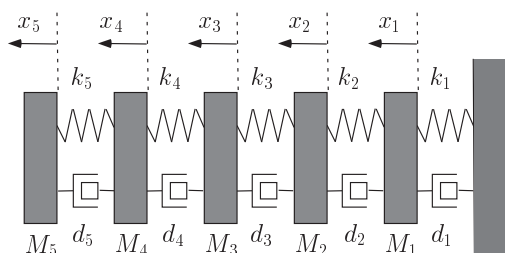


図 1.5 : 質量バネダンパーの結合モデル

1.4 システム制御での動的なシステムの役割

システム制御理論がさまざまな分野で用いることができるのは、動的なシステムという共通な道具を用いて対象を記述することができるからである。一旦、動的なシステムを得ることができれば、そこから共通なアプローチで制御問題に挑むことができる。

制御の対象とするシステムは以下に分類するように多岐にわたる。さらに最近の傾向として、車両単独よりも交通網全体 [MCZ] や発電や消費も含めて電力網全体 [K2] のようにネットワーク化されたシステムを対象にするようになってきている。

- 運動系
 - 自動車（アクティブサスペンション、車両運動制御、エンジン制御、自動運転など） [On, Os]
 - 航空機、宇宙船（宇宙往還機など） [HMI, CKS, T]
 - 船舶（TSL, 自動着棧, 誘導など） [Id, Ma, Oh]

- 鉄道車両 [Ko]
- プロセス系
 - 鉄鋼プラント (圧延, 連続鋳造など) [KW]
 - 化学プラント (石油化学など) [Sh]
 - 醗酵プラント (生物系)
- 振動系の制御 [NH]
 - 建築物 (高層ビル, 橋の主塔) [Se, Ka]
 - 機械部品 (位置決め装置など) [YN, IT]
- 電気系
 - 電動機制御 [OMI]
 - 磁気浮上系 [NF]
 - 電力網 [K2]
 - パワーエレクトロニクス [OOHH]
 - デジタル信号処理 [RM]
 - 通信システム
- 生体系
 - 遺伝子制御ネットワーク [MK]
 - 概日リズム [U]
- 社会システム
 - 金融市場のモデル (株価などの変動モデル) [Y, Mi]
 - 社会基盤システム (電力, 水道網, 交通網など) [K1, MCZ]

1.5 さまざまなモデル

システムモデルは, それを用いる目的によってどのようなクラスを用いるかを考えるべきであることを1.3節で述べた. これらのクラスは次のような観点から種別ができる.

連続な変数と離散な変数 微分方程式や差分方程式で記述されるシステムは連続な変数をもつシステムである. 機械システムのように運動方程式で記述されるようなシステムはそのような例である. 本講義ではおもに連続な変数をもつシステムについて述べる. 一方, オートマトン, 形式言語, ペトリネット, 時相論理などで記述されるシステムは離散事象システム [TS] とよばれ, 離散な変数を持つシステムである. 生産管理や在庫管理システムに用いられている. また生物の遺伝子の発現は, タンパク質の生成量と関係しあって時系列的な挙動をとる. このモデルとして, プーリアンネットワーク [A] が用いられることがあるが, これも離散な変数をもつ動的システムの例になっている.

連続時間システムと離散時間システム 時間は実数値をとるとすれば連続的に流れている. このように扱うシステムを連続時間システムという. 一方, サンプル点においてのみに興味がある場合や, もともと世代交代のように時間が離散的に経過する場合には, 時間は整数値をとるものとして扱うことができる. この場合, 離散時間システムという. 本講義では, 連続時間システム, 離散時間システムの双方について述べることにする.

確定システムと確率システム 時間発展にランダムな要因を考える場合を確率システム, そうでない場合を確定システムという. たとえば株価の推移のモデルや, 雑音を含む信号のフィルタリングの場合には, 確率システムが用いられるであろう. それに対して, 機械システムの制御のような場合には, 確定システムを用いることが多い (もちろん確率システムを用いる場合もある). 本講義では主に確定システムについて述べる.

有限次元と無限次元モデル 状態変数の詳しい定義は, のちに譲ることにするが, 状態変数の自由度が有限か無限かによって有限次元システムと無限次元システムに分類される. むだ時間が存在するシステムや, 偏微分方程式で記述されるシステムは無限次元システムになる. 有限次元システムに対する制御理論は, 行列計算を用いた計算アルゴリズムについても整備されている. 本講義では, 有限次元モデルを扱う.

線形と非線形モデル 線形システムでは入力が2倍になれば出力も2倍になる. 線形でないシステムは非線形システムである. 非線形システムを動作点で線形近似をすることがよく行われる. システムの振る舞いが, 動作点周りであれば, この近似は有効である. たとえば, 平衡点の安定性についてリアプノフの間接法を用いると, 近似線形システムの安定性は, 非線形システムの平衡点の安定性を意味する [Im].

参考文献

- [A] 阿久津 達也, 遺伝子ネットワークの離散モデルと制御, 計測と制御, Vol.47, No.8, pp.664-669, 2008.
- [CKS] 千田 有一, 木田 隆, 関口 毅, きく6号を用いた姿勢制御実験 - I-PD 制御, 2自由度 H^∞ 制御の応用 -, システム / 制御 / 情報, Vol.42, No.11, pp.591-598, 1998.
- [HMI] 畑 剛, 宮沢 与和, 泉 達司, ALFLEX の飛行制御システム, システム / 制御 / 情報, Vol.42, No.11, pp.573-582, 1998.
- [Id] 井床 利之, TSL「疾風」の制御, 計測と制御, Vol.37, No.11, pp.771-773, 1998.
- [Im] 井村 順一, システム制御のための安定論, コロナ社, 2000.

- [IT] 石川 潤, 辻澤 隆彦, ハードディスク装置の高精度位置決め装置, システム / 制御 / 情報, Vol.42, No.11, pp.583–590, 1998.
- [K1] 特集 グリーンイノベーションと制御理論, 計測と制御, Vol.51, No.1, 2012.
- [K2] 特集 分散協調型エネルギー管理システム構築, 計測と制御, Vol.55, No.7, 2016.
- [Ka] 加賀谷 博昭, H^∞ 制御による橋梁主塔の制振制御, システム / 制御 / 情報, Vol.39, No.6, pp.282–285, 1995.
- [Ko] 小泉 智志, 新幹線におけるアクティブサスペンションの開発, 計測と制御, Vol.41, No.1, pp.33–37, 2002.
- [KW] 北村 章, 和佐 泰宏, 鉄鋼製造プロセスにおける計測と制御, Vol.41, No.1, pp.28–32, 2002.
- [Ma] 松村 竹実, 空気圧力浮上式大型高速船 (テクノスーパーライナー) における動揺制御技術, 計測と制御, Vol.47, No.10, pp.864–869, 2008.
- [Mi] 宮崎 浩一, 金融工学における最適制御 — 消費の問題とプラント投資を中心に —, 計測と制御, Vol. 49, No. 7, pp.469–474, 2010.
- [MCZ] Andreas A. Malikopoulos, Christos G. Cassandras, and Yue J. Zhang, A decentralized energy-optimal control framework for connected automated vehicles at signal-free intersections, Automatica, Vol.93, pp.244–256, 2018.
- [MK] Brian Munsky, and Mustafa Khammash, リレー解説生命科学と制御第 4 回, Analysis of Noise Induced Stochastic Fluctuations in Gene Regulatory Networks, 計測と制御, Vol. 46, No. 5, pp.405–411, 2007
- [NF] 滑川 徹, 藤田 政之, 磁気軸受の不確かなモデルとロバスト制御 計測と制御, Vol. 38, No. 2, pp.87–91, 1999
- [NH] 長瀬 賢二, 早川 義一, 柔軟構造物のアクティブ振動制御における最近の動向—マス・バネ・ダンパ系にみるモード制御法と波動制御法—, システム / 制御 / 情報, Vol.44, No.5, pp.253–258, 2000.
- [Os] 大澤 正敬, 自動車への制御理論適用の実際—エンジン・自動変速機の制御を中心に—, システム / 制御 / 情報, Vol.40, No.11, pp.485–494, 1996.
- [Oh] 大津 皓平, GPS を利用した船舶の誘導について, 計測と制御, Vol.44, No.4, pp.254–259, 2005.
- [On] 小野 栄一, カウンタステアの理論的解釈と車両運動制御, 計測と制御, Vol.45, No.3, pp.185–190, 2006.
- [OMI] 大内 茂人, 美多 勉, 磯貝 裕久, H^∞ 制御による電動機の制振制御, システム / 制御 / 情報, Vol.39, No.6, pp.262–265, 1995.
- [OOHH] Yoshito Ohta, Akihiro Ohori, Nobuyuki Hattori, and Kenji Hirata, Controller Design of a Grid-tie Inverter bypassing DQ transformation, 52nd IEEE Conference on Decision and Control, pp.2927–2932, 2013.
- [RM] Richard A. Roberts, and Clifford T. Mullis, *Digital Signal Processing*, Addison-Wesley, 1987.
- [Se] 背戸 一登, アクティブコントロール—応用面からみた制御理論—, 計測と制御, Vol.32, No.4, pp.269–275, 1993.
- [Sh] 下村 昌弘, 石油化学プロセスの制御系構築の勘どころ, 計測と制御, Vol. 46, No. 5, pp.370–377, 2007.
- [T] 土屋 和雄, 宇宙工学における力学と制御, システム / 制御 / 情報, Vol.45, No.10, pp.553–555, 2001.
- [TS] 高井 重昌, 鈴木 達也, 離散事象システム, 計測と制御, Vol. 46, No. 4, pp.248–254, 2007.
- [U] 内田 健康, リレー解説生命科学と制御第 3 回, 細胞制御問題のトピックス I — 概日モデルとがん —, 計測と制御, Vol. 46, No. 4, pp.325–330, 2007
- [Y] 山田 雄二, 金融工学と制御, 計測と制御, Vol. 46, No. 3, pp.185–191, 2007
- [YN] 山口 高司, 沼里 英彦, H^∞ 制御による磁気ディスク装置のヘッド位置決め制御, システム / 制御 / 情報, Vol.39, No.6, pp.258–261, 1995.